




Metodologia de investigação nos anos iniciais: tarefas investigativas explorando conteúdos matemáticos

Research methodology in the early years: investigative tasks exploring mathematical contents

Metodología de investigación em los primeros años: tareas de investigación que exploran contenido matemático

Rúbia Patrícia Vieira¹
 [0000-0002-9066-8834]
Viviane Clotilde da Silva²
 [0000-0002-0315-6532]
Janaína Poffo Possamai³
 [0000-0003-3131-9316]

Resumo

Este artigo tem como objetivo apresentar um estudo teórico-prático que visa analisar implicações da metodologia de Investigação Matemática na aprendizagem de estudantes de um 3º ano do Ensino Fundamental, de 8 e 9 anos de idade de uma escola pública. Foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa, que apresenta um estudo bibliográfico sobre o tema e uma atividade apresentando as etapas desta metodologia, discutindo-as com um olhar para a construção do conhecimento matemático. Os dados relacionados a prática foram obtidos por meio do bloco de notas dos estudantes, observação e diário de bordo da professora-pesquisadora e gravações de áudio dos encontros. A atividade relatada e analisada nesse artigo envolve o entendimento do valor do zero na constituição de um número e a compreensão do valor posicional de um numeral. Os resultados indicam que a atividade proposta no contexto de uma aula de investigação, oportunizou o desenvolvimento da autonomia, da criatividade e da criticidade, bem como a compreensão com significado com conceitos estudados.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Valor posicional. Prática educativa. Ensino de Matemática.

Abstract

This article aims to present a theoretical-practical study that aims to analyze the implications of the Mathematical Investigation methodology in the learning of students of a 3rd year of Elementary School, of 8 and 9 years old from a public school. A qualitative research was developed, which presents

¹ ru11biapv@gmail.com, Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - PPGEICIM, Professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental, Escola Básica Municipal Professora Zulma Souza Silva, Blumenau/Santa Catarina/Brasil.

² vcs@furb.br, Doutora em Educação para a Ciência, Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - PPGEICIM, Universidade Regional de Blumenau - FURB, Blumenau/Santa Catarina/Brasil.

³ janainap@furb.br, Doutora em Engenharia de Produção, Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - PPGEICIM, Universidade Regional de Blumenau - FURB, Blumenau/Santa Catarina/Brasil.

a bibliographic study on the theme and an activity presenting the stages of this methodology, discussing them with a view to the construction of mathematical knowledge. The data related to the practice were obtained through the student's notebook, observation and the teacher-researcher's logbook and audio recordings of the meetings. The activity reported and analyzed in this article involves understanding the value of zero in the constitution of a number and understanding the positional value of a numeral. The results indicate that the activity proposed in the context of an investigation class, provided the opportunity for the development of autonomy, creativity and criticality, as well as meaningful understanding with studied concepts.

Keywords: Mathematical Investigation. Positional value. Educational practice. Mathematics Teaching.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo presentar un estudio teórico-práctico que tiene como objetivo analizar las implicaciones de la metodología de Investigación Matemática en el aprendizaje de estudiantes de un tercer año de la escuela primaria, de 8 y 9 años de una escuela pública. Se desarrolló una investigación cualitativa, que presenta un estudio bibliográfico sobre el tema y una actividad que presenta las etapas de esta metodología, discutiéndolas con vistas a la construcción del conocimiento matemático. Los datos relacionados con la práctica se obtuvieron a través del cuaderno del alumno, la observación y el libro de registro del profesor-investigador y las grabaciones de audio de las reuniones. La actividad informada y analizada en este artículo implica comprender el valor de cero en la constitución de un número y comprender el valor posicional de un número. Los resultados indican que la actividad propuesta en el contexto de una clase de investigación, brindó la oportunidad para el desarrollo de la autonomía, la creatividad y la crítica, así como la comprensión significativa de los conceptos estudiados.

Palabras claves: Investigación Matemática. Valor Posicional. Práctica educativa. Enseñanza de las Matemáticas.

1 Introdução

A escola é um lugar privilegiado na qual é importante que conceitos e conhecimentos sejam conduzidos de forma que os estudantes tenham acesso aos conhecimentos científicos. Neste sentido, para que se desenvolva uma Educação Matemática de qualidade, é importante possibilitar ao estudante a construção de uma imagem positiva da Matemática, sendo fiel tanto aos conteúdos quanto às suas práticas, de forma que eles possam compreender as suas exigências, que ela faz parte do desenvolvimento histórico da humanidade e que se encontra em constante evolução, em conjunto com os outros campos da ciência. Segundo a UNESCO (2016), é importante que os estudantes compreendam que esse componente curricular envolve uma ciência viva, que está conectada com o mundo e que é possível relacioná-la a outras áreas.

Nesse sentido a aprendizagem com significado envolve a compreensão, a análise e justificativa e a generalização. É importante enfatizar que o contexto de significação corresponde, como afirma Vygotsky (2001), ao processo em que o estudante tem possibilidade de realizar análises e fazer generalizações conscientes. Van de Walle (2009) segue a mesma ideia ao afirmar que uma aprendizagem com significado é aquela em que o estudante compreende o procedimento/conceito utilizado conseguindo justificá-lo.

Especificamente no contexto da aprendizagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é preciso ter em mente que os estudantes aprendem mais significativamente

quando lhes é permitido fazer relações, vivenciar experiências e ter contato com o material manipulável, estando livres para apresentar diferentes formas de resolução, porque segundo Boeri e Vione (2009), eles têm a oportunidade de desenvolver o pensamento crítico, a confiança em seu potencial mental, o raciocínio lógico, a autonomia, o senso de investigação e a criatividade. Por meio de aulas dinâmicas, criativas e interessantes, que envolvam os estudantes no processo, há uma possibilidade muito maior do professor, como mediador, conseguir perceber seus entendimentos, quais as suas indagações e incertezas e como desenvolvem a aprendizagem.

Diante do exposto, este artigo tem como objetivo apresentar um estudo teórico-prático que visa analisar implicações da metodologia de Investigação Matemática na aprendizagem de estudantes de um 3º ano do Ensino Fundamental, com estudantes de 8 e 9 anos de idade.

Para tanto, na sequência apresenta-se a metodologia de ensino de Investigação Matemática, descreve-se os procedimentos metodológicos desta pesquisa, bem como o relato e análise de uma prática e, por fim, considerações desta investigação. Essa prática foi desenvolvida no contexto da pesquisa de mestrado profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da primeira autora e está relatada Produto Educacional denominado “Narrativas de tarefas buscando um ensino de matemática com equidade.”⁴.

2 A Investigação Matemática no contexto da sala de aula

Desde o final do Movimento da Matemática Moderna (MMM), na década de 1970, o ensino e a aprendizagem da matemática no Brasil vêm se renovando em relação aos conteúdos, objetivos e metodologias. Como resultado de muitas pesquisas, a aprendizagem passou a ser considerada um processo de construção de conhecimentos, que é favorecido mediante ao estímulo à investigação e à participação dos estudantes. Dentre estas pesquisas pode-se citar Ponte e seus colaboradores (2008, 2013, 2017), que analisam a metodologia de Investigação Matemática, tanto na perspectiva do ensino quanto da aprendizagem, com estudos desenvolvidos desde a Educação Infantil até o Ensino Superior; Bertini e Passos (2008), Lamonato e Passos (2011) que exploram pesquisas que apresentam práticas investigativas estudando questões relacionadas ao querer saber dos estudantes, enfatizando que para investigar é necessário que o sujeito esteja curioso; e Skovsmose (2000, 2008 e 2014) que investiga a importância de se trabalhar com cenários de investigação no sentido de desenvolver a reflexão e a criticidade nos estudantes como uma forma que gerar um maior empoderamento destes. Ao analisar estes estudos, observa-se que todos têm um objetivo comum que é, como afirmam Carneiro, *et al.* (2018, p. 163-164), “oferecer uma educação que seja relevante e significativa para a vida, assim como desafiadora e prazerosa”.

Dentre as metodologias que possibilitam aos estudantes explorarem o seu cotidiano, sendo protagonistas de suas aprendizagens e ao professor ser mediador desse processo, escolheu-se trabalhar com investigações, mais precisamente com a Investigação Matemática, desenvolvida por Ponte, pois concorda-se com o conceito atribuído por este autor, quando afirma que “quem investiga está a procurar aprender e quem aprende pode ter muito interesse em investigar” (Ponte, 2003, p. 1).

Nessa metodologia, o protagonismo dos estudantes evidencia-se quando eles estão em grupo, pensando, discutindo como fazer e registrar. Neste momento é possível perceber

⁴ <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/565044>.

potencialidades e competências que em uma aula tradicional dificilmente se constataria. Neste processo, é preciso que os estudantes saibam ouvir e trabalhar com autonomia, criatividade e criticidade, e que a fala do professor seja coerente e tenha sentido, fornecendo um norte para o trabalho a ser desenvolvido.

A realização da metodologia de Investigação Matemática, em sala de aula, segundo Ponte *et al.* (2013), acontece em três etapas: (a) *formulação e exploração da tarefa inicial*: o professor organiza a turma (geralmente em grupos) e apresenta a tarefa, propulsora da investigação, e os estudantes iniciam a análise da situação e possíveis caminhos para a solução; (b) *formulação, verificação de conjecturas⁵ sobre a tarefa em estudo*: é realizada pelos estudantes, que investigam e levantam conjecturas e questionamentos sobre a questão apresentada, buscando a resposta mais adequada. Realizam, também, a testagem das soluções encontradas, verificando sua validação, ou não, e aprimorando-as, se necessário e; (c) *socialização, confirmação dos resultados e sistematização*: os estudantes apresentam e discutem os resultados. É nesta etapa que se realiza a sistematização do conteúdo explorado. (PONTE *et al.*, 2013). Neste processo, segundo Ferreira e Zuin (2018, p. 90), é necessário que o professor conduza a aula de forma que “sejam respeitadas as opiniões de cada um, estimulando a comunicação ente os componentes do grupo, socializando as conclusões com a participação e todos e promovendo a discussão dos resultados” e que os estudantes tenham muita seriedade e compromisso, a fim de que haja aprendizagem.

Segundo Ponte (2014), a tarefa investigativa constitui-se de um problema aberto, atividades envolvendo modelagem, projetos, investigações e exercícios, desde que sejam abordados de forma exploratória. As tarefas podem ser determinadas pelo professor, surgir por necessidade dos estudantes ou ser desenvolvidas em parceria entre professor e estudantes. Ao se trabalhar nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a maioria das situações a serem exploradas são elaboradas pelo professor e apresentadas aos estudantes de forma a instigá-los à pesquisa em busca da solução. Diante delas, segundo Bertini e Passos (2008), os estudantes utilizam-se de seus conhecimentos prévios, levantam conjecturas e buscam caminhos alternativos para encontrar a solução.

De acordo com Ponte *et al.* (2013), a exploração de atividades por meio da investigação e no nível do estudante, tende a desenvolver na sala de aula uma prática que muito se assemelha a uma atividade matemática uma vez que “o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor” (Ponte, 2003, p. 23).,

Assim, essa metodologia oportuniza aos estudantes a construção e/ou aprofundamento do entendimento de conceitos, procedimentos, representações e ideias matemáticas desempenhando um papel ativo no desenvolvimento da sua aprendizagem (Ponte *et al.*, 2015), sendo corresponsável por ela.

Além disso, é de grande valia trabalhar com grupos heterogêneos, assim os estudantes aprendem por meio da discussão entre si. A opção por formar estes grupos, deve-se ao fato de, as relações sociais auxiliarem no processo de aprendizagem, pois possibilitam que os estudantes aprendam por meio da discussão entre si. Isso acontece porque, segundo Vygotsky (1989), o auxílio prestado ao estudante em suas atividades de aprendizagem é válido, pois,

⁵ Entende-se por conjecturas como hipóteses ou pressupostos formulados pelos estudantes.

aquilo que ele faz hoje com ajuda de um adulto ou de um colega com mais experiência, amanhã realizará sozinho.

Nessa metodologia, a avaliação é processual por ser uma atividade investigativa em que, a todo momento, os estudantes são instigados a participar das tarefas demonstrando avanços ou incompreensões. Nesse processo, o professor precisa estar sempre atento, pois a pergunta, resposta ou expressão de um estudante pode dar margem para explorar algum conceito que ele não tenha se apropriado, observando assim a evolução da aprendizagem e reorientando as práticas em sala de aula. Segundo Ponte *et al.* (1998), quando o professor observa que os estudantes não conseguem mais avançar por meio de questionamentos, é necessário utilizar outras formas de incentivá-los a prosseguir, dar sugestões de encaminhamento, solicitando que eles expliquem como pensaram a resolução, que comparem com a realizada pelos colegas e discutam seus posicionamentos, por exemplo.

Como instrumentos para a realização dessa avaliação pode-se utilizar: bloco de notas dos estudantes, a participação oral, as falas nos grupos gravadas em áudio e o registro da professora-pesquisadora em um diário de bordo sobre o desenvolvimento da aula. Estes recursos possibilitam que se perceba os avanços dos estudantes durante todo o processo, não somente por meio de uma avaliação sistematizada. Acompanhando o trabalho desenvolvido por cada grupo, analisando as gravações e relendo e reavaliando o bloco de notas e os registros pessoais pode-se chegar a uma conclusão de que houve ou não a compreensão do conteúdo abordado. Nesse aspecto é importante enfatizar que “[...] a maior parte da aprendizagem acontecerá enquanto os alunos refletem individual e coletivamente sobre as ideias que eles criaram e investigaram” (Van de Walle, 2009, p. 66).

Com base nesse contexto de investigação nas aulas de matemática, desenvolveu-se uma sequência de atividades que foram utilizadas com os estudantes, conforme relato e análise descritos na sequência.

3 Aspectos metodológicos

Esse é um estudo qualitativo, uma vez que os dados foram “obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudante, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes” (Ludke; André, 1986, p. 13), valorizando os entendimentos dos estudantes.

Ponte (2006) apresenta para este design de investigação, as seguintes características: (i) o fato de ser de natureza empírica, centrando-se no trabalho de campo ou na análise documental e recorrendo a diversas fontes de evidências, no seu contexto natural, como as observações, documentos e materiais; (ii) o investigador recorre a este tipo de investigação quando pretende compreender determinada situação tal como ela é; (iii) os resultados podem ser descritos de várias formas, sendo a mais frequente a narrativa. Tendo em conta a natureza desta investigação, ela assumiu um cunho descritivo e analítico, onde procurou-se confrontar a presente situação com outras já conhecidas e com as teorias existentes.

Como instrumentos de coleta de dados, utilizou-se a observação da professora que desenvolveu a tarefa com os estudantes; o bloco de notas com o registro das conjecturas elaboradas pelos estudantes; as transcrições das gravações em áudio da atividade desenvolvida e documentos (escritos, desenhos, representações pictóricas) produzidos pelos estudantes, “em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram registrados ou transcritos” (Bogdan; Biklen, 1994, p. 48).

A professora registrou suas observações em um diário de bordo semelhante ao dos estudantes, durante e após as atividades, prevalecendo a escrita posterior devido a sua participação como mediadora no cenário de estudo. Na escrita posterior à observação eram também consideradas as gravações produzidas no decorrer das aulas, para auxiliar na reflexão sobre o pensamento dos estudantes e da prática da professora. De acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 150), o bloco de notas, denominado por eles de notas de campo, é “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo”, sendo este composto de material descritivo e reflexivo. Fiorentini e Lorenzato (2006) reforçam a importância deste material, que eles denominam diário de campo, destacando que ele é um dos mais ricos instrumentos de coleta de dados, pois o pesquisador registra suas impressões, observações, descrições de seus estudantes, cenários, situações e ocorrências, retratando diálogos e situações.

Lüdke e André (1986, p. 13) afirmam que a pesquisa qualitativa: “[...] envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes”. A colocação das autoras, vai ao encontro do que apresentaram Bogdan e Biklen (1994) e do que foi experienciado nesta pesquisa, pois valorizou-se o entendimento dos conhecimentos vivenciados pelos estudantes, por meio das respostas que estes elaboraram para a tarefa investigativa proposta.

O campo de pesquisa foi uma turma com 28 estudantes de 8 a 9 anos, de um 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de ensino do município de Blumenau (SC). Para execução das atividades os estudantes foram divididos em equipes que foram identificadas numericamente e, para preservar a identidade dos estudantes, foi utilizada apenas a primeira letra do nome de cada um para diferenciá-los nos comentários. A professora será identificada como “Pr”.

Ao se optar em trabalhar com a Metodologia da Investigação Matemática, buscou-se examinar os processos utilizados pelos estudantes ao analisarem e executarem suas atividades, apontando as contribuições dessa metodologia para a aprendizagem deles.

Na sequência, apresenta-se o desenvolvimento da atividade investigativa envolvendo tarefas de composição de número e a discussão de cada etapa, assim como dos resultados obtidos no decorrer do processo.

4 Teoria na prática: analisando a teoria a partir do desenvolvimento de uma tarefa

Esta prática teve como objetivo de ensino desenvolver: (1) o entendimento do valor do zero na constituição de um número, e (2) a compreensão do valor posicional de um numeral, ou seja, a assimilação do valor relativo do algarismo na composição dos números.

Especificamente sobre o entendimento do valor do zero na constituição de um número, a prática de uma das autoras, como professora de anos iniciais do Ensino Fundamental mostra que muitos estudantes apresentam dificuldade em trabalhar com esse algarismo, não conseguindo compreender o seu valor na constituição de um número. Apesar de a história apresentar o seu reconhecimento como “um avanço considerável nas possibilidades notacionais do sistema, já que reduziu as ambiguidades na interpretação dos números escritos, por exemplo, para diferenciar a escrita do número 25 (vinte e cinco) do número 205 (duzentos e cinco)” (Milan, 2017, p. 23).

Em relação à compreensão do valor relativo do algarismo na composição dos números, em atividades desenvolvidas, os estudantes apresentaram dificuldades quando solicitados sobre o valor posicional de cada algarismo no numeral; falavam seu valor absoluto e não o relativo, de acordo com a ordem que ocupavam no numeral. Em relação ao significado do zero, as dúvidas apareciam na composição do número, quando era solicitado um numeral em que ele fazia parte. Como exemplo, cita-se o número 106. Quando se solicitava o registro deste número, alguns estudantes escreviam 1006, apresentando a representação do número cem e do número seis devido a forma como falado, “cento e seis”. Na leitura e escrita por extenso de numerais com a presença do zero muitos também apresentavam dúvidas.

Essas dificuldades foram as propulsoras para o desenvolvimento da atividade descrita a seguir. Ela foi desenvolvida utilizando-se a metodologia de Investigação Matemática, pois se acreditava que, por meio das tarefas propostas, os estudantes poderiam discutir com os colegas e, com a mediação da professora, analisarem a constituição dos numerais, tirando suas dúvidas e compreendendo o assunto abordado.

Pensou-se em criar uma atividade em que os estudantes, em grupo, interagissem e, explorando materiais manipuláveis, representassem os algarismos, podendo alterná-los de posição, discutindo entre eles o que acontecia com o número formado quando esta mudança era executada. Optou-se pela produção de fichas com quatro algarismos diferentes para que os estudantes pudessem combiná-los de várias maneiras, buscando formar números. A escolha dos algarismos foi aleatória, com exceção do zero, que é o que eles apresentavam maior dificuldade na composição do numeral. Confeccionadas as fichas, a atividade foi elaborada a partir da proposição de três tarefas: formulação de números com dois, três e quatro algarismos.

Para a execução dessa atividade, os estudantes foram divididos em sete grupos heterogêneos de quatro crianças e foram distribuídas, para cada grupo, quatro fichas com um algarismo cada: **8**, **7**, **0** e **1** e um bloco de notas.

Na sequência, apresenta-se o desenvolvimento da atividade, salientando cada etapa da Metodologia, bem como as análises do processo e discussão da importância destas etapas para a aprendizagem dos estudantes.

4.1 Primeira etapa: formulação e exploração da tarefa investigativa inicial

Segundo Ponte *et al.* (2013) esta etapa é extremamente importante, pois é dela que depende o envolvimento dos estudantes no processo de investigação e é a partir dela que eles irão formular as primeiras questões e conjecturas. A tarefa apresentada deve ir ao encontro dos interesses dos estudantes para que eles a recebam e a assumam como um problema a ser resolvido, para assim explorarem e formularem questões a partir da tarefa inicial proposta.

Organizadas as equipes, foi apresentada a tarefa inicial por meio da questão: *Quantos números diferentes vocês conseguem formar com duas, três e quatro das fichas que vocês possuem?*

A professora informou a todos que eles deveriam formar os números sobre a mesa e, na sequência, registrá-los no bloco de notas. Após este questionamento, os grupos começaram as discussões entre si e a compor os primeiros numerais, inicialmente com dois algarismos.

Desde o início da tarefa observou-se as atividades das equipes e os questionamentos que eles faziam uns aos outros, procurando entender suas linhas de raciocínio e realizou-se a mediação quando necessário por meio de questionamentos, pois é importante estar sempre atento para verificar se os estudantes conseguem executar a tarefa ou se têm dificuldade em compreender algum conceito importante para o seu desenvolvimento (Ponte *et al.*, 1998).

Analisando esta etapa, observou-se que ela foi importante para o desenvolvimento da prática pelos estudantes e para eles se constituírem como grupo. Eles aprenderam a organizar-se na execução da tarefa e a respeitarem o momento de fala dos colegas, discutindo sobre o que estava sendo solicitado e as possíveis estratégias a serem desenvolvidas. No início, devido ao fato de ainda não estarem acostumados com essa metodologia, os estudantes recorriam à professora a qualquer dúvida, porém, aos poucos, eles começaram a discutir com os colegas e dirigiam-se a ela somente quando não chegavam a um consenso ou não tinham compreendido a questão apresentada. Apesar desta autonomia, a professora sempre circulava entre os grupos a fim de verificar se as discussões estavam seguindo um caminho correto e a forma como eles estavam realizando seus registros.

4.2 Segunda etapa: formulação, verificação de conjecturas sobre a tarefa em estudo

É o momento em que os estudantes analisam e organizam os dados, formulam conjecturas, e as validam. Segundo Ponte *et al.* (2013), se os estudantes não estão acostumados a esse tipo de trabalho, é necessário um esforço maior do professor para que eles realmente trabalhem em grupo, discutindo, analisando os dados, para que todos participem.

Logo após a explicação da professora sobre como realizar a tarefa e o registro, foi possível observar o surgimento de outros questionamentos e as conjecturas que eles foram levantando. Dirigindo-se à professora, o estudante *M* questionou: *Professora eu não entendi quando chega no [número] de 4 Algarismos. Onde entra o zero?*, imediatamente o estudante *H* respondeu: *não coloca o zero, ele não vale nada*. Ao escutar esta colocação a estudante *A*, analisou o que o colega havia falado e afirmou: *Vale sim, dependendo onde ele é encaixado*. Essa fala mostrou que os estudantes estavam realizando a atividade com atenção, refletindo sobre a tarefa executada e lembrando dos conceitos aprendidos anteriormente.

A professora, que estava atenta à discussão que havia surgido, procurou mediar a situação, chamando a atenção dos estudantes, uma vez que ela poderia também ser dúvida de outros: *Vocês ouviram o que A falou sobre o zero? Fica uma dica!*

Em sala de aula, uma tendência do professor é corrigir seus estudantes ou dar pistas que facilitem o raciocínio, acreditando que agindo desta forma não causará desgosto pela atividade ou frustração pelo empenho dispensado na busca da resposta correta, porém esta atitude pode ser prejudicial. Segundo Van de Walle (2009, p. 65) “se você corrigir todo pensamento incorreto, você terá menos debates, reduzirá a segurança dos alunos em seu próprio pensamento e terá menos ideias para uma discussão rica e proveitosa”.

Quando os estudantes apresentam oralmente ou chamam o professor para validar uma conjectura, é possível identificar erros que podem ser considerados como uma possibilidade de que necessita de mais conversas no grupo. As divergências são ricas, pois oportunizam novos olhares, novos debates sob uma mesma perspectiva, podendo assim levar os estudantes à resposta satisfatória. Dessa forma, a partir do momento que é proposta a tarefa investigativa e oportunizado que os estudantes levantem as conjecturas, é importante

dar a eles liberdade para trabalharem sozinhos. Como professor, mediador do processo, deve passar confiança e respeito pelos seus conhecimentos.

Ressalta-se que as colocações da professora nunca foram respostas diretas, mas questionamentos ou afirmações que levassem os estudantes a pensarem sobre o que estavam fazendo. A partir do momento que os estudantes perceberam que a posição do algarismo no número determinava seu valor, a atividade pareceu ter sido compreendida pelos grupos. Observou-se que todos os estudantes manusearam as fichas e quiseram formar um número.

Durante o manuseio das fichas para composição dos números, percebeu-se, nos diálogos entre eles, que as conjecturas apareceram de forma espontânea e significativa, como quando discutiam a composição do número dependendo do lugar onde o zero era colocado no mesmo, por exemplo, com segurança, sem receios de cometer equívocos, pois entre os pares os estudantes iam construindo e desconstruindo conceitos e significados. Constatou-se que, algumas vezes, era utilizada a terminologia correta, reforçando a aprendizagem com significado que ocorreu nas aulas anteriores e as conexões que os próprios estudantes realizaram de forma natural, reforçando o raciocínio que estavam desenvolvendo.

Bertini e Passos (2008, p. 3) apresentam que, em uma investigação, determinado o ponto de partida, geralmente uma situação aberta, os estudantes elencam as conjecturas dentro da questão proposta e procuram resolvê-la a partir de seus conhecimentos prévios, um processo muito semelhante ao intuitivo. “Desse modo, uma investigação requer a participação efetiva do estudante na própria formulação das questões a estudar, e, segundo estudos, essa dinâmica favorece o seu envolvimento na aprendizagem”.

Observou-se que essa etapa da metodologia contribuiu para o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes, pois, após pequenas intervenções realizadas pela professora, os estudantes montaram os números e escreveram no bloco de notas e criticidade em relação aos números formados ou nas opiniões dadas pelos integrantes dos grupos. Com isso eles mostravam maior segurança em apresentar suas ideias e argumentavam revelando a compreensão do que estava sendo estudado.

É importante que o professor dê autonomia aos estudantes para que a investigação seja autêntica, para que eles avancem em seus estudos e para que o trabalho seja significativo do ponto de vista da aprendizagem matemática (Ponte *et al.*, 2013). Esta postura auxilia os estudantes a aprenderem a trabalhar de modo colaborativo, compartilhando ideias, justificando suas opiniões, algumas vezes cedendo em função de uma melhor argumentação, uma vez que o caminho encontrado representará a ideia aceita pelo grupo e não apenas o seu posicionamento.

4.3 Terceira etapa: socialização, confirmação dos resultados e sistematização

Nesta etapa os estudantes expõem ao grande grupo os seus pensamentos, qual a linha de raciocínio que seguiram, quais as dificuldades que tiveram etc., permitindo que o professor, que fez uma observação sistemática dos grupos durante toda a atividade, tenha oportunidade de, mais uma vez, analisar o trabalho desenvolvido. Segundo Ponte (2015, p. 113), “Acender diretamente ao raciocínio matemático dos alunos é, naturalmente, impossível. Para conhecer este raciocínio é necessário que os alunos o comuniquem, oralmente, por gestos ou por escrito”.

Ao retornarem do pátio coberto à sala de aula, os estudantes acomodaram-se e a professora-pesquisadora solicitou-lhes que um representante de cada grupo se dirigisse à

frente da sala de aula com o bloco de notas, e falasse os numerais formados por eles. O estudante escolhido para ser representante em cada atividade investigativa é sorteado para que todos sejam contemplados com esta função.

Os estudantes escolhidos apresentaram oralmente, como cada equipe pensou para formar os numerais e na sequência apresentaram os formados no quadro de giz:

Equipe 1: Nós não sabíamos como fazer, daí a professora explicou que poderíamos pensar que fosse um quebra-cabeça com Algarismos e entendemos.

Equipe 2: Fomos juntando os números e vendo qual não foi e qual já foi.

Equipe 3: Nós prestamos bastante atenção na explicação da professora e lembramos do Quadro Valor de Lugar.

Equipe 4: Encontramos colocando os Algarismos como a professora explicou. Colocamos os numerais.

Equipe 5: Pensamos até ter uma ideia e fomos tentando.

Equipe 6: Formamos os numerais porque juntamos de 2 em 2, de 3 em 3 e de 4 em 4.

Equipe 7: Fizemos como a professora ensinou. Cada Algarismo num lugar, sem repetir.

(Respostas das equipes, 2018)

Analisando as respostas apresentadas oralmente pelas equipes, foi possível fazer algumas observações: (1) grande parte dos estudantes mostrou ter entendido o significado do valor posicional do número ao perceberem que ao trocar o Algarismo de posição o número modificava. O comentário das equipes 2, 3, 6 e 7 reforçam esta observação; (2) durante a execução da atividade, uma equipe (equipe 5) não havia compreendido muito bem a tarefa a ser realizada, porém com a socialização compreendeu o que deveria ser feito e logo os integrantes começaram a se reorganizar, antes do registro dos números formados pelos grupos no quadro.

Segundo Ponte *et al.* (2013, p. 41) esta etapa é extremamente importante na metodologia de Investigação Matemática,

[...] para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação.

Concluída a etapa da elaboração dos numerais, registro de como pensaram e socialização oral dos grupos, foi realizado o registro dos numerais formados por cada grupo no quadro, respeitando a tabela que a professora-pesquisadora organizou em três colunas: números com dois Algarismos, com três Algarismos e com quatro Algarismos.

Os estudantes foram percebendo que os números formados, muitas vezes, eram comuns a outros grupos. Para que não houvesse desânimo por conta da repetição ou a falta de registro da equipe no quadro, questionou-se a turma: *Estou percebendo que existem numerais repetidos, como poderíamos sinalizar que eles foram formados por outra equipe também?* Os estudantes pararam um pouco, e logo S deu a ideia de criar uma legenda para cada grupo e ao lado dos numerais repetidos colocar essa marcação. Outro estudante, MT, comentou que poderiam colocar bem pequeno o número do grupo que também pensou naquele número que estava no quadro. Diante destas colocações foi realizada uma votação e escolheu-se a opção do número do grupo ao lado do número formado.

Ao concluírem a atividade de registro no quadro da sala, pelos estudantes, eles observaram quais numerais foram formados por maior quantidade de grupos. Como na formação daqueles que possuíam dois algarismos havia mais possibilidades de composição, percebeu-se que nesta coluna houve a menor quantidade de numerais repetidos. Já no caso dos formados por quatro algarismos, cujas possibilidades eram bem menores, a quantidade de repetições foi a maior de todos. Isto foi, inclusive, uma conjectura levantada pela estudante *N*, que pediu para comentar que ela havia percebido que com quatro fichas para compor os numerais com quatro algarismos não se tinha muitas possibilidades, por isso muita repetição. O estudante *BT* concordou e relacionou o trabalho realizado com o conteúdo de probabilidades em que havia acontecido a mesma situação.

A socialização teve um papel importante neste processo, pois foi nesta etapa que o representante de cada equipe apresentou as conclusões que eles chegaram e o caminho que percorreram até ela. Neste momento, foi bem oportuno o professor perceber possíveis equívocos e em conjunto com toda turma superá-los.

Vale salientar a importância de que as equipes alternem, em cada atividade, quem vai realizar o papel de relator do grupo, estimulando a todos a se exporem e contribuindo para o desenvolvimento da oralidade dos estudantes. Nesse sentido, Van de Walle (2009, p. 67) orienta:

Convoque os alunos para apresentar suas ideias e chame, primeiro, as crianças que tendem a ser tímidas ou ainda não tenham a habilidade de se expressar muito bem. Quando são chamadas a participar desde cedo e recebem um tempo suficiente para formularem os seus raciocínios, estas crianças reservadas podem participar mais facilmente e assim serem valorizadas. Perguntar, 'Quem quer explicar sua solução?' resultará sempre nos mesmos três ou quatro mais ansiosos que erguem suas mãos. Outros alunos tendem a aceitar que estes estão geralmente corretos e podem relutar em oferecer ideias que sejam diferentes dos famosos 'líderes'.

Após essa etapa de exploração oral foi construído um texto coletivo a partir das conclusões dos estudantes, registrado no caderno onde eles relataram a atividade desenvolvida, escreveram os números formados e questões referentes a construção destes. De acordo com as conclusões deles: *quando o algarismo está em uma ordem diferente, o seu valor no número muda, desta forma 87 é um número diferente de 78, por exemplo*. A posição do zero também foi discutida e sistematizada neste texto, eles escreveram que *quando o zero está à esquerda de um número ele não vale nada, mas quando está à direita, dependendo da ordem que ele ocupa, ele altera o valor do número*.

Quando concluídas todas as atividades, um grupo pediu para formar o maior e o menor número possível, juntando as fichas de todos. A professora achou interessante a questão e perguntou se os outros estudantes gostariam de pensar nisso. Como todos concordaram, juntaram as fichas e começaram, no grande grupo, a manuseá-las, pensando em como compor estes dois números. Eles começaram pela formação do maior número. Para isso, juntaram as fichas que tinham o mesmo algarismo e depois foram compondo o número da esquerda para direita, começando pelo algarismo oito, depois o sete, o um e, por último, o zero, formando o número: 8 888 888 777 777 711 111 110 000 000.

Esta estratégia mostra que os estudantes, apesar de não conhecerem um número com tantos algarismos, tinham pleno conhecimento de que como buscava-se um número de valor alto, os algarismos de maior valor deveriam estar à esquerda, pois as ordens de menor valor

na composição de um número encontram-se à direita dele. Porém, quando eles começaram a formar o menor número, seguindo a mesma lógica, foram inverter os algarismos, colocando os de menor valor, mais à esquerda. O problema surgiu quando eles foram posicionar os zeros e estes ficariam à frente de todos outros algarismos, o que, conforme eles haviam afirmado na tarefa anterior *o zero à esquerda não vale nada*. Nesta etapa eles tiveram bastante dificuldade em entender que as ordens representadas pelos zeros, neste número, seriam ignoradas e muitos desistiram, pedindo para a professora mostrar como seria.

Como o objetivo inicial da atividade já havia sido alcançado (montar números com até quatro fichas), a professora auxiliou-os a montarem o menor número com vinte e oito fichas (quatro de cada grupo), reforçou que as sete ordens representadas pelos zeros neste número seriam ignoradas, pois eles estavam à esquerda dos outros algarismos e por isso não atribuíam valor a ele. Assim, o menor número ficou, na realidade, com vinte e um algarismos (ignorando-se os zeros): 111 111 177 777 778 888 888. Para finalizar, nomeou-se oralmente as ordens dos numerais nas classes subsequentes à unidade de milhar (que era a maior que eles conheciam). Para separar as classes, a professora utilizou durex colorido e o número foi montado no chão da sala com toda a turma acompanhando e opinando como poderia ser realizada esta composição. Alguns estudantes demonstraram desinteresse pelo processo, porém ficaram curiosos com o resultado da atividade.

5 Considerações finais

Este artigo propôs-se a apresentar a Metodologia de Investigação Matemática apontando questões relacionadas ao ensino e implicações dela na aprendizagem matemática, com base em uma atividade desenvolvida junto a uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Sob essa metodologia, buscou-se verificar se: (1) os estudantes compõem números com diversos algarismos (dois, três e quatro), compreendem o significado do valor relativo dos algarismos e; (2) se eles sabem posicionar o algarismo zero entre os outros, percebendo o seu valor no número formado. Na sequência serão apresentadas as considerações finais do estudo desenvolvido. Elas foram elaboradas a partir da análise dos escritos dos estudantes; das suas discussões nos grupos e apresentações, que foram gravadas e revistas pela professora e; do diário de bordo redigido por ela com base no que havia vivenciado; dos escritos dos estudantes e das audições da atividade.

Em relação a proposta de trabalho de Investigação Matemática, ela foi recebida pelos estudantes com comprometimento, afinal era algo que estava sendo apresentado a eles de uma forma desafiadora. Vale ressaltar que estudantes dessa faixa etária gostam de desafios, o que pode ter contribuído para a prática.

No início, alguns estudantes apresentaram-se um pouco inibidos nos grupos, não querendo se expor. A professora, como mediadora e observadora sistemática das atividades, logo percebeu esta atitude e, para superar o problema, utilizou como estratégia o fato de deixar claro para eles que, naquele momento, não havia resposta correta e sim caminhos diferentes para se chegar a uma resposta. Com isso os estudantes ficaram calmos e começaram a participar das discussões dos grupos.

Houve evolução nas atitudes dos estudantes durante o trabalho em grupo como: respeito maior pela opinião do outro, uma vez que eles aprenderam a esperar a sua vez para falar e a deixar o colega argumentar sobre as suas ideias. As resoluções, argumentações e questionamentos desenvolvidos por eles mostraram aumento da criticidade, bem como da

autonomia, pois os estudantes, na medida em que a tarefa ia sendo executada procuravam resolver suas dúvidas nos grupos, discutindo sobre o que estava acontecendo. Destaca-se que, como no grupo a atividade era discutida e realizada por todos, até os estudantes mais tímidos sentiam-se seguros em expor suas ideias, pois os colegas os incentivavam e os apoiavam a apresentar suas opiniões.

Na socialização percebeu-se o quanto os estudantes estavam desenvolvendo: seu *raciocínio*, pois apresentavam suas ideias com coerência e em uma sequência lógica; sua *autonomia*, uma vez que apresentavam suas ideias espontaneamente e buscavam caminhos sem ficar esperando que fossem conduzidos, e sua *aprendizagem matemática*, dado que conseguiram, após o trabalho dos grupos, mostrar compreensão nos conceitos que até então apresentavam dificuldade.

Em relação aos objetivos propostos para a tarefa, pode-se afirmar que seu desenvolvimento a partir da metodologia de investigação, possibilitou que a grande maioria compreendesse a composição dos números e o significado do valor posicional de cada algarismo no numeral, pois o acompanhamento das discussões propiciou verificar que eles entendiam qual numeral estava sendo formado quando organizavam os algarismos de determinada forma, e que o valor desse numeral modificava quando a posição dele era alterada. A análise dos registros dos grupos e das atividades desenvolvidas posteriormente pelos estudantes também permitiu verificar que eles tiveram esta compreensão.

Sobre o entendimento de que o zero tem um valor absoluto nulo, mas quando utilizado em uma composição de número atribui valor àquele numeral, observou-se por meio do acompanhamento dos trabalhos em grupo, que os estudantes após algumas discussões tiveram esse entendimento.

Verificou-se também que, apesar de alguns estudantes ainda apresentarem algumas dúvidas, esta atividade permitiu que eles tivessem avanço no seu entendimento do conteúdo, além disso, a metodologia utilizada propiciou por meio das discussões estabelecidas com os colegas dos grupos, a possibilidade de apresentar conjecturas e questionar, sem medo de apresentar suas ideias, desenvolvendo habilidades que os permitam o desenvolvimento da autonomia e da criticidade.

Diante do exposto, esta prática veio reforçar o que a teoria apresenta: que essa metodologia potencializa tanto a prática do professor, pois possibilita que ele observe questões que dificilmente seriam percebidas em uma aula tradicional e reflita sobre sua prática, quanto a aprendizagem, pois a partir do momento em que o estudante se sente seguro para buscar caminhos de resolução, discutir e apresentar suas ideias e argumentos sobre suas conjecturas, ele tende a compreender de forma significativa o conceito/procedimento estudado.

Referências.

BERTINI, Luciane de Fátima; PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglioni. Uso da investigação matemática no processo de ensino e aprendizagem nas séries iniciais do ensino fundamental. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 12, 2008, Rio Claro. **Anais eletrônicos [...]**. Rio Claro: Unesp, 2008. p. 1-17. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/135-1-A-gt8_bertini_ta.pdf. Acesso em: 22 mar. 2020.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução a teoria e aos métodos**. Porto: Porto, 1994.

BOERI, Camila; VIONE, Marcio Tadeu. **Abordagens em Educação Matemática**. Domínio Público, v.1, 2009.

CARNEIRO, Reginaldo Fernando, *et al.* Histórias Infantis na Formação de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais. *In*: CARNEIRO, Reginaldo Fernando; SOUZA, Antônio Carlos de; BERTINI, Luciane de Fátima. **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental [livro eletrônico]: práticas de sala de aula e de formação de professores**. Brasília, DF: SBEM, 2018. (Coleção SBEM; 11), p. 162-178.

D'AMBROSIO, Beatriz. Prefácio. *In*: LOPES, Celi Espasandin; NACARATO, Adair Mendes (orgs.) **Orquestrando a Oralidade, a Leitura e a Escrita na Educação Matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2018. p. 9 -17.

FERREIRA, Allan Silva; ZUIN, Elenice de Souza Lodron. Introdução do conceito de derivada a partir da Investigação Matemática. **BoEM**, Joinville, V. 6, n. 10, p. 82-102, ago 2018. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/11731>. Acesso em 12 jul. 2020.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LAMONATO, Maíza; PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglioni. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké**. FE/Unicamp v. 19, n. 36. p. 51-74, jul/dez 2011. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646625>. Acesso em 05 nov. 2018.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. 3.ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: E.P.U., 1986.

MILAN, Ivonildes dos Santos. **O ensino do Sistema de Numeração Decimal nas séries iniciais do Ensino Fundamental: as relações com a aprendizagem do valor posicional**. 2017. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

PONTE, João Pedro da, *et al.* O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Quadrante**. Vol. VII, n. 2. p. 41-70, 1998. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3042/1/98-Ponte%20etc%20Quadrante-MPT.pdf>. Acesso em: 08 jun. 2020.

PONTE, João Pedro da. Investigar, Ensinar e Aprender. **Actas do ProfMat**. Lisboa: APM, p. 01-23, 2003. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~iole/GEN5711/Ponte,%20J.P.%20Investigar,%20Ensinar%20e%20aprender.pdf>. Acesso em: 15 ago. 2020.

PONTE, João Pedro da. Explorar e investigar em matemática: desafio para alunos e professores.

Movimento, Rio de Janeiro, n. 14, set. 2006. Disponível em:

<http://www.periodicos.uff.br/revistamovimento/article/view/32539>. Acesso em: 2 abr. 2020.

PONTE, João Pedro da. A investigação em educação matemática em Portugal. **Realizações e**

perspectivas. 2008. 26 p. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/4384>. Acesso em: 27

mar. 2019.

PONTE, João Pedro da, *et al.* **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

PONTE, João Pedro da (org). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Universidade de Lisboa. (e-book) 2014. Disponível em: <http://www.ie.ulisboa.pt/publicacoes/ebooks/praticas-profissionais-dos-professores-de-matematica>. Acesso: 10 abr. 2020.

PONTE, João Pedro da, *et al.* Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**. V. XXIV, n. 2. p. 111-134, 2015. Disponível em:

<http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte%2c%20MQ%2c%20JMP%2c%20MB%20Quadrante%2024%282%29%202015.pdf>. Acesso em: 08 jun. 2020.

PONTE, João Pedro da, *et al.* **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. 365 p.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em:

http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/metodologia/Skovsmose_Cenarios_Invest.pdf

Acesso em: 04 jun. 2020.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas: Papyrus, 2008. 138 p.

SKOVSMOSE, Ole. **Um Convite à Educação Matemática Crítica**. São Paulo: Papyrus, 2014. 141 p.

UNESCO. **Os desafios do ensino de matemática na educação básica**. Brasília: UNESCO; São Carlos: EDUFSCAR, 2016. Disponível em:

<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000246861/PDF/246861por.pdf.multi>. Acesso em: 20 abr. 2020.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicações em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.