

CAÇA ÀS COORDENADAS: CONSTRUINDO O CONCEITO DE REPRESENTAÇÃO CARTESIANA ATRAVÉS DE UM JOGO DIDÁTICO.

Learcino dos Santos Luiz
Especialista em educação Matemática (UNISUL 2007)
Professor do Colégio de Aplicação da UFSC
Email: learluiz@yahoo.com.br

Resumo: Neste trabalho é relatado a aplicação de uma seqüência didática usada para levar os alunos à construção do conceito de coordenadas cartesianas. Esta seqüência é baseada em um jogo chamado caça ao tesouro. Sem deixar de lado o caráter lúdico e competitivo da atividade, a aplicação da atividade foi baseada em uma Engenharia didática, objetivando mostrar que alunos com idade escolar de 12 anos (estudantes de 6ª série do ensino fundamental) são capazes de por eles próprios, construir o conceito de representação cartesiana no plano.

Palavras Chaves: Educação matemática, Ensino de matemática, jogos educacionais.

“Searching for coordinates: building up the concept of Cartesian representations through a didactic game”

Abstract: In this work we report the application of a didactic sequence used to lead students to build the concept of Cartesian coordinates. This sequence is based on a game called treasure hunt. Using the fun and competitive aspect of the activity, the application was based on a didactic engineering, in order to show how students aged 12 (year 6) are able to build the concept of Cartesian representation on their own.

keywords: mathematical education, mathematical teaching, educational games

Introdução

Depois de 10 anos da publicação dos parâmetros curriculares de matemática (BRASIL, 1997), que apontando novas metodologias para o ensino desta disciplina foi um marco no estabelecimento de referências para o ensino e aprendizagem de matemática, ainda vemos poucas professores aplicando efetivamente estas metodologias. Dentre estas metodologias podemos destacar o uso de tecnologias da informação, a etnomatemática, a modelagem matemática e o uso de jogos no ensino de conceitos matemáticos.

Porém, ao verificarmos o dia-a-dia de uma escola comum, perceberemos que a prática está distante da teoria. Computadores são poucos usados nas aulas de matemática, etnomatemática é tema desconhecido da maioria dos professores e os jogos são usados na maioria das vezes como pura forma de diversão, quando não é esta sua principal função nas aulas de matemática.

Percebemos que o ensino tradicional, baseado na aula expositiva e dialogada e com a ajuda do livro didático, é ainda a metodologia mais usada nas escolas para se ensinar e aprender matemática. Currículos demasiadamente extensos organizados em uma estrutura linear e rígida, muitas vezes impedem o professor de explorar os conceitos estudados com o uso de novas metodologias.

Baseado no trabalho de BORIN (1998), procuro mostrar que o uso de jogos no ensino de matemática, quando bem planejados, pode servir de importante ferramenta na construção de

conceitos matemáticos, e deste modo, ser um instrumento para se obter uma aprendizagem significativa.

Para efetivação deste trabalho, tentei mostrar que através de um jogo de regras, poderíamos levar os alunos a construir por eles próprios um dado conceito matemático, neste caso, o conceito de coordenadas Cartesianas. Este conceito é estudado nas escolas, na maioria das vezes, de forma mecânica e expositiva, sem significado algum para o aluno. Não obstante, mesmo sendo um conceito simples, muitos alunos já em séries mais avançadas, ainda apresentam dificuldades em atividades envolvendo tal assunto.

Neste caso, a atividade (jogo) intitulada “Caça ao Tesouro”, tem como objetivo propor situações lúdico-pedagógicas aonde os alunos através de três etapas, efetuando a construção e leitura de mapas, irão gradativamente construindo o conceito de Coordenadas Cartesianas.

Para o planejamento da atividade e da pesquisa relativa a tal, baseei-me na metodologia da “Engenharia Didática”. Para Pais (2001, pg.99), a idéia da engenharia didática faz uma analogia entre o trabalho do engenheiro e o trabalho do pesquisador em didática, no que diz respeito à concepção, planejamento e execução de um projeto. Ou seja, a engenharia didática se constitui em uma forma de sistematizar a aplicação de um determinado método na pesquisa didática.

No planejamento de uma pesquisa baseada na engenharia didática executaremos quatro fases consecutivas: análises preliminares; concepção e análise a priori; aplicação da seqüência didática e a análise a posteriori e a validação.

Análise preliminar

A intervenção foi realizada com a turma 6^a série B do Colégio de aplicação da UFSC. As atividades foram realizadas em 3 etapas subsequentes de duas aulas cada durante o período de 30/04/2007 à 11/05/2007.

O interventor, que é o autor desta monografia, é também o próprio professor de matemática desta turma, que teve o primeiro contato pedagógico com ela no início do mês de abril.

Os alunos possuem idades entre 11 e 13 anos. Dos 25 alunos da turma, 2 são repetentes. Do total de 25 alunos, 8 são meninas e 17 são meninos.

Até o início da atividade, os alunos já haviam estudado uma introdução sobre o conceito de números inteiros, compreendendo o significado de números positivos e negativos, e conseguiam localizar facilmente um número inteiro na reta numérica.

Também pude conferir no planejamento de aulas desta mesma turma na 5^a série, que eles nunca haviam estudado formalmente o conceito de coordenadas cartesianas. Os dois alunos repetentes, também não haviam estudado este conceito no ano anterior quando cursaram a 6^a série.

O colégio de aplicação da UFSC¹ possui em sua definição um caráter experimental, por ser campo de estágio e pesquisa dos estudantes dos cursos de pedagogia da UFSC. Porém, ao conversar com alguns professores, pudemos verificar que a metodologia usada pelos professores de matemática é a tradicional, sendo muito pouco usadas atividades e práticas que fogem do esquema sala de aula e quadro negro.

¹ UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

Concepção e análise a priori

O conceito de coordenadas cartesianas é relatado tem seu estudo iniciado, na maioria dos livros didáticos e manuais de estudo, na 7ª série do ensino fundamental.

Mesmo sendo um conceito extremamente simples, verificamos, por experiência própria, que muitos alunos de 8ª série e ensino médio, possuem dificuldades na assimilação deste conceito. Levanto a hipótese de que tal dificuldade se dá pelo fato de que este conceito é estudado de forma mecânica pelo aluno, não possibilitando a assimilação interna deste conceito, não sendo assim uma aprendizagem significativa.

Creio também, levantando uma outra hipótese, que o conceito de coordenadas cartesianas pode ser estudado já na sexta série do ensino fundamental. Em outras palavras, podemos ainda dizer que alunos em idade escolar de 12 anos já possuem desenvolvimento cognitivo suficiente para construir este conceito.

A questão de que os alunos não estão acostumados com um tipo de atividade “construtiva” e lúdica supostamente poderá interferir na constituição deste fenômeno.

A aplicação da seqüência didática

As atividades foram realizadas em três etapas subseqüentes de duas aulas cada. Para a realização do “jogo” intitulado “caça ao tesouro”, a turma foi dividida em quatro equipes que receberam os nomes: Vermelha, Azul, Amarela e Verde. Cada aluno ganhou um crachá com a cor de sua equipe. O professor elegeu um líder de cada turma e lhe deu a incumbência de cuidar da “bandeira” de sua equipe e de uma prancheta usada para o desenho do mapa de sua equipe.

Na ilustração 1, apresenta-se um croqui, representando a quadra de areia onde foi realizada a atividade.

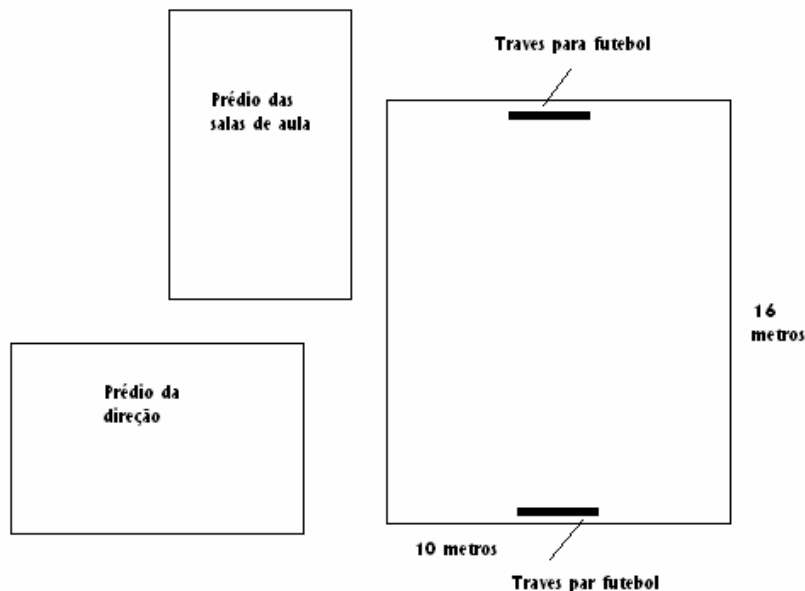


Ilustração 1: Croqui representando o prédio e o pátio da escola onde se realizou a experiência
Fonte: Arquivo pessoal do Autor

Nesta quadra foi esticada uma corda de nilon (tipo corda de varal) que dividia o espaço em dois retângulos de tamanhos iguais. No centro desta corda foi fixada uma estaca de madeira. A construção desta composição tinha como objetivo proporcionar pontos de referência para a construção de mapas de certos pontos desta quadra.

Apresenta-se a seguir, resumo do que aconteceu em cada uma das etapas do jogo. Observa-se que, em cada etapa, ocorrem duas fases, cada uma com dois dos representantes da equipe.

Etapa 1

Foram realizadas duas fases desta etapa. Em uma quadra de areia, estavam os oitos representantes das equipes (dois representantes por equipe). Os demais alunos esperavam em sala de aula. Foram colocados em pequenos buracos escavados na areia, na frente deles, em posições variadas, o objeto de cada equipe. Este objeto era um pequeno cubo de madeira pintado com a mesma cor da equipe. Estes objetos foram deixados visíveis para que os alunos pudessem desenhar os respectivos mapas com a localização do objeto.



Fotografia 1: Alunos da equipe Verde medindo a distância do seu objeto (em verde) até a corda na 1ª etapa do jogo
Fonte: Arquivo pessoal do autor

Depois que todos terem construído seus mapas, os objetos foram enterrados, e o terreno foi devidamente “disfarçado”, para que não se parecesse óbvio o local onde se encontrava o objeto. Então foi solicitado a cada equipe que desenhasssem um mapa com a localização do seu objeto.

A primeira estratégia das equipes amarela e Azul foi a de descrever pontos de referência da quadra, e usar segmentos de retas no sentido diagonal em relação às linhas de limite da quadra. Podemos comprovar ta fato observando a Fotografia 2 e ilustrações 2 e 3:



Fotografia 2: Aluno (à direita) fazendo medição do seu objeto em linha diagonal
Fonte: Arquivo pessoal do autor

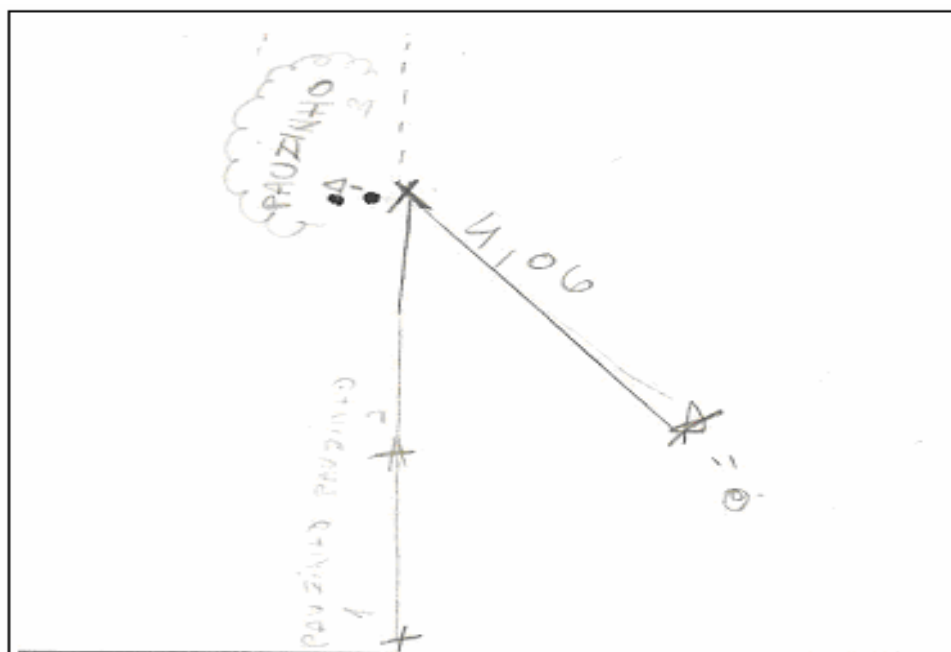


Ilustração 2 : Estratégia de representação da equipe amarela na 1ª fase da 1ª etapa do jogo
Fonte: Arquivo pessoal do autor



Ilustração 3: Estratégia de representação da equipe azul na 1ª fase da 1ª etapa do jogo
 Fonte: Arquivo pessoal do autor

Esta estratégia não obteve muito sucesso, pois nenhuma equipe conseguiu chegar a uma distância mínima do objeto.

Nesta mesma fase as equipes Verde e Vermelha já usaram segmentos de retas paralelos e ortogonais à linha de referência (corda azul esticada no centro da quadra). Podemos observar através dos desenhos dos alunos (Ilustrações 4 e 5) destas equipes estas estratégias:

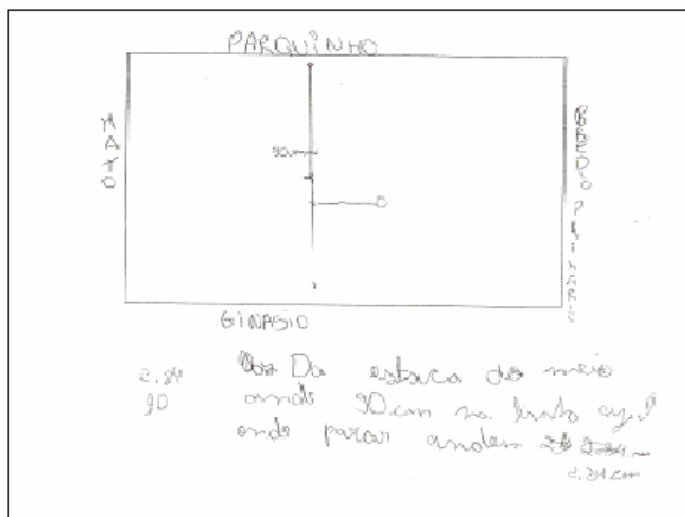


Ilustração 4: Estratégia de representação da equipe Verde na 1ª fase da 1ª etapa do jogo
 Fonte: Arquivo pessoal do autor

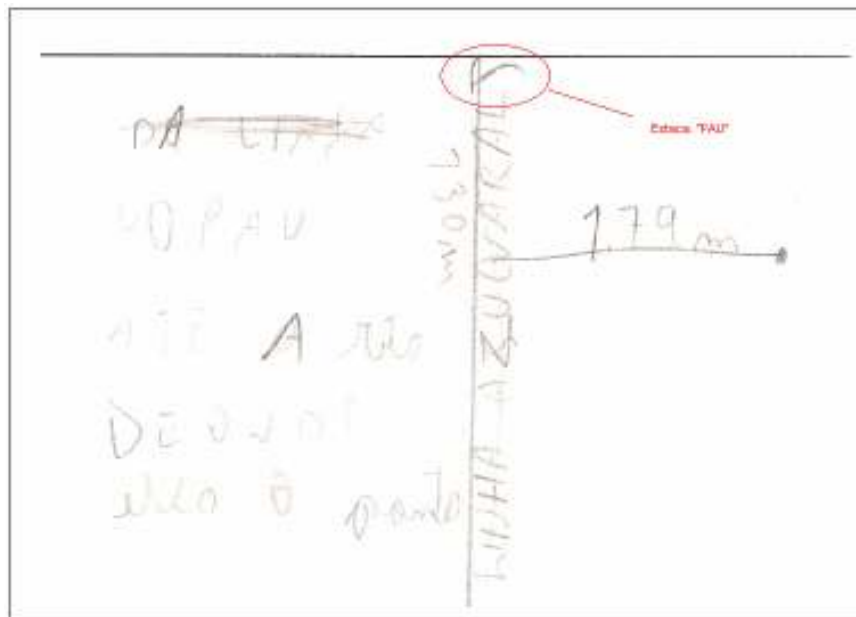


Ilustração 5: Estratégia de representação da equipe Vermelha na 1ª fase da 1ª etapa do jogo
 Fonte: Arquivo pessoal do autor

A diferença entre as duas representações está no fato de que o desenho da equipe vermelha (ilustração 5) baseou-se em uma estaca que estava fixada na extremidade da quadra (ver detalhe em vermelho), enquanto que a equipe verde utilizou a estaca central.

Também podemos notar que no “mapa” da equipe Vermelha (ilustração 5) não há pontos de referência tal como no “mapa” da equipe Verde (ilustração 4), que usou referências como *parquinho, ginásio, mato e prédio direção* para a melhor localização das posições.

Destacamos na ilustração 4 a fala do aluno que descreveu o mapa da equipe Verde: “Da estaca do meio ande 90 cm na linha azul. Onde parar andem 2,84 cm.” Notamos expressamente o uso de coordenadas ortogonais para a representação do ponto em questão.

Ao término da construção dos mapas de cada equipe, os alunos que desenharam os mapas foram separados e os outros participantes foram chamados para fazerem a leitura dos mapas e tentarem descobrir a posição exata, ou mais próxima possível do “tesouro” da equipe. Conforme as regras do jogo, cada equipe tem posse de uma pequena bandeira com a cor de sua equipe, que deverá ser fixada no local onde os “leitores” do mapa acharem que está de acordo com a descrição.



Fotografia 4: Aluno (à direita) lendo o mapa construído por sua equipe e estimando o local onde está escondido o “tesouro” de sua equipe.

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Após todas as equipes estimarem fixarem suas estacas nos locais onde estimaram a possível posição do objeto de sua equipe, o professor, na presença dos alunos, desenterrou os objetos e fez as devidas medições dos erros de cada equipe.

Na segunda fase, trocaram-se os participantes, e nota-se que todas as equipes usam representações ortogonais nesta fase. Notou-se que a má grafia de algumas palavras e números no mapa, dificultou em alguns casos a leitura por parte dos outros alunos, levando a má interpretação do mesmo. Também a falta de pontos de referência confundia os “leitores” do mapa que não sabiam corretamente em que lado da quadra deveriam estar.

As ilustrações a seguir mostram os mapas construídos por cada equipe na 2ª fase da 1ª etapa do jogo:

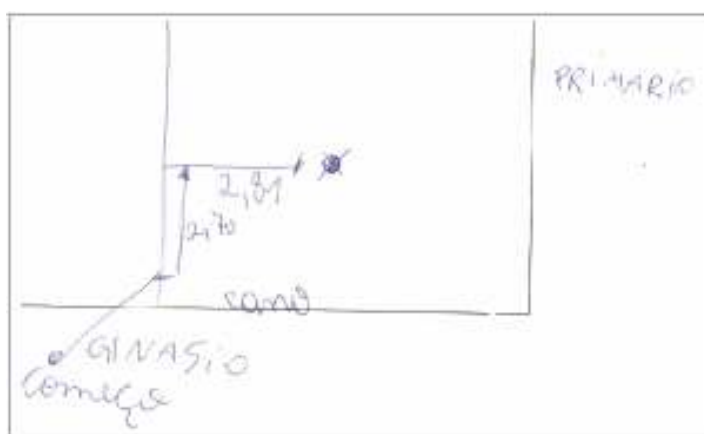


Ilustração 6: Estratégia de representação da equipe Azul na 2ª fase da 1ª etapa do jogo

Fonte: Arquivo pessoal do autor

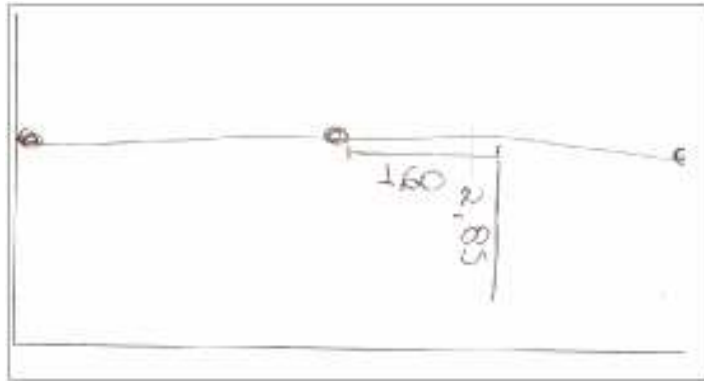


Ilustração 7: Estratégia de representação da equipe Amarela na 2ª fase da 1ª etapa do jogo
 Fonte: Arquivo pessoal do autor



Ilustração 8: Estratégia de representação da equipe Vermelha na 2ª fase da 1ª etapa do jogo
 Fonte: Arquivo pessoal do autor

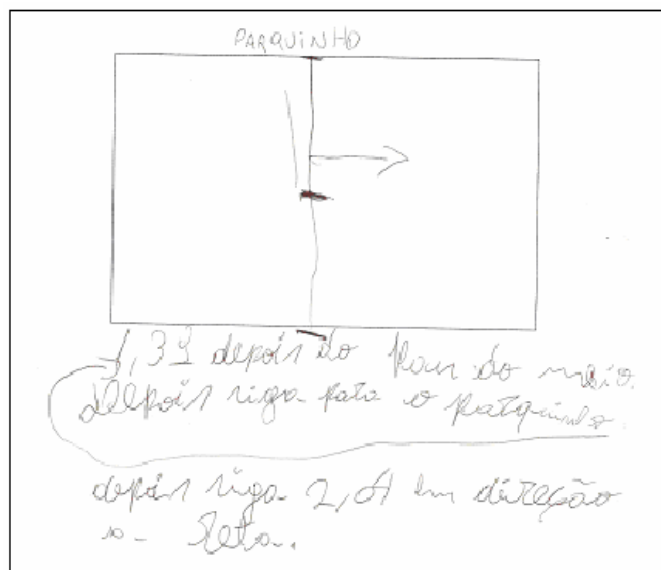


Ilustração 9: Estratégia de representação da equipe Vermelha na 2ª fase da 1ª etapa do jogo
 Fonte: Arquivo pessoal do autor

Nota-se nesta etapa que alguns alunos já haviam percebido, e usaram com precisão, o conceito de coordenadas ortogonais, chegando à conclusão que segmentos diagonais levavam a um problema de interpretação do mapa.



Fotografia 5: Alunos da equipe Amarela usando medições ortogonais na representação de seu mapa.
Fonte: Arquivo pessoal do autor

2ª Etapa

A 2ª etapa do jogo foi realizado em um pátio coberto da escola que possuía piso coberto com lajotas cerâmicas de formato quadrangular. Foi afixado no piso deste espaço uma composição de duas cordas imitando um plano cartesiano (fotografia 6). Nesta etapa não mais se usou fitas métricas para medir distâncias, e sim usou-se as lajotas como unidade de medida.

Nesta etapa do jogo, o objeto da equipe passou a ser um quadradinho de cartolina da mesma cor da equipe que ficava escondido embaixo de um quadrado maior de papel da cor preta afixado no piso por uma fita adesiva (fotografia 7).



Fotografia 6: Alunos da equipe Amarela estimando a localização do objeto da equipe na 2ª etapa do jogo.
Fonte: Arquivo pessoal do autor

A equipe Vermelha também não obteve sucesso na 1ª fase desta etapa. Mesmo com sua representação (fig. 11) estar definida com segmentos ortogonais, e tendo como ponto de referência o centro do plano, os leitores iniciaram a contagem do “6” a partir da segunda lajota, e não da primeira.

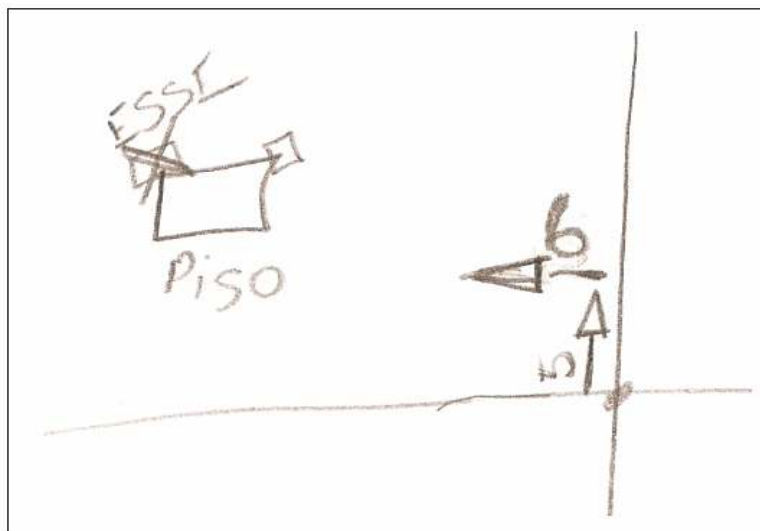


Ilustração 11: Estratégia de representação da equipe Vermelha na 2ª etapa do jogo
Fonte: Arquivo pessoal do autor

As equipes Azul e Verde obtiveram sucesso nas suas representações e leituras, e seus mapas construídos na primeira fase pode ser vistos nas ilustrações a seguir (ilustrações 12 e 13):

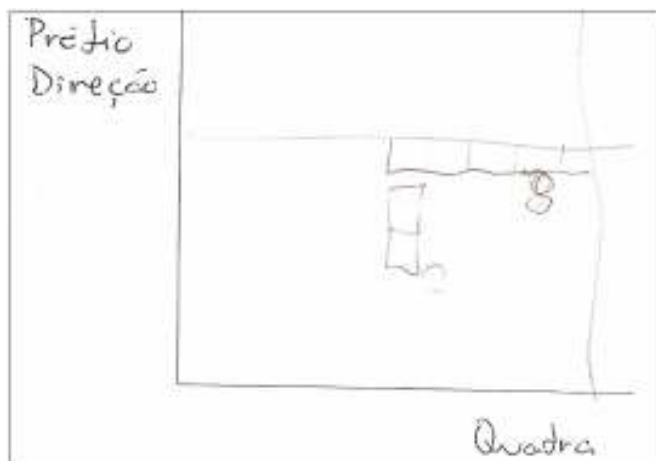


Ilustração 12: Estratégia de representação da equipe Azul na 2ª etapa do jogo
Fonte: Arquivo pessoal do autor



Fotografia 8: Esquematisação do espaço usado para a 3ª etapa do jogo
 Fonte: Arquivo pessoal do autor

Esta nova regra causou alguma confusão entre os alunos que estavam a construir os mapas, pois ao depararem com a posição de seu objeto, não sabiam que número escrever primeiramente. Por exemplo, ao terem que descrever a posição cartesiana $(-2,+3)$, ficavam em dúvida se escreviam os números nesta ordem ou o contrário.

Da mesma forma, na hora de fazer a leitura dos mapas e tentar encontrar o objeto, os alunos “leitores” também ficaram muito confusos, pois havia “dois” “-2”, e não sabiam para que lado teria que ir.

Esta confusão, que levou a uma certa exaltação por parte dos alunos, visto que neste ponto havia um clima de disputa entre as equipes, que estavam empenhadas em obter o 1º lugar no jogo, já era esperada e fazia parte do aspecto pedagógico do jogo. Queríamos com isso levar os alunos à construção de estratégias para a resolução deste problema, e ainda, que percebessem a importância de se estabelecer um padrão na escrita e leitura do mapa, para que não houvesse mais este tipo de confusão.

Na 1ª fase desta etapa as equipes Amarela, Azul e Vermelha erraram e somente a equipe Verde acertou a posição de sua equipe. A tabela a seguir mostra a posição exata onde se encontrava a posição do objeto e a posição indicada pela equipe:

Equipe	Posição exata	Posição estimada
Amarela	$(-2,-3)$	$(+2,+3)$
Azul	$(+2,-3)$	$(-3,+2)$
Vermelha	$(+1,-2)$	$(-2,+1)$
Verde	$(-1,-4)$	$(-1,-4)$

Tabela 1: Posições registradas nos mapas na 1ª fase da 2ª etapa do jogo

Passada a 1ª fase desta etapa foi dado aos alunos um breve momento para que cada equipe pudesse conversar e estabelecer estratégias para que não houvesse mais a confusão ocorrida na primeira fase.

Foram realizadas mais três fases do jogo e observou-se que todas as equipes conseguiram obter sucesso em suas representações e leituras do mapa, ou seja, conseguiram traçar uma estratégia para que o “construtor” do mapa pudesse comunicar-se com sucesso com o “leitor” do mesmo. A estratégia escolhida foi a mesma usada em todas as equipes:

“primeiro número ande sobre uma determinada direção; segundo número sobre a outra direção”.

Como não havia-se estabelecido direções (horizontal e vertical) para as retas, e as cordas eram de tamanhos diferentes, usaram como referencial o tamanho das cordas: *“primeiro número ande sobre a corda maior, para a direita ou esquerda; segundo número, mude de direção e ande para cima ou para baixo.”* Coincidentemente, ou não, todos os alunos usaram a corda maior como referência para o primeiro número a ser representado no mapa.

Depois da última fase desta etapa, foi contabilizado os pontos de cada equipe e a vencedora foi a equipe verde.

Análise a posteriori

Nas aulas subseqüentes foi discutido com os alunos, em sala de aula, todas as etapas do jogo e, mostrado em transparências os principais erros e acertos de cada equipe. Também foi aberto espaço para que cada aluno pudesse fazer algum comentário sobre o jogo. Alguns alunos relataram sobre possíveis fraudes de outras equipes e pediram a anulação dos pontos. Grande discussão se formou, pois as equipes acusadas não aceitavam tais acusações.

Depois de discutido os “acontecimentos” do jogo em si, foram estabelecidos uma relação entre o jogo e o conteúdo de coordenadas cartesianas. Estabeleceram-se os princípios da representação cartesiana e a importância deste conceito. Após estudarem material preparado pelo professor foi proposta a resolução de uma lista de exercícios relativa a este conteúdo.

Pode-se perceber a grande facilidade com que os alunos tratavam os exercícios com “pontos” e “coordenadas” e sempre faziam relação destes com o “tesouro” que haviam “brincado” nas aulas passadas. O conceito foi construído e internalizado pelo próprio aluno.

Considerações Finais

O jogo pode e deve ser pensado - acima de tudo - como um exercício de aprendizagem ativa da matemática. O jogo possibilita simulações de situações-problema que provocam e exigem soluções imediatas. Neste processo, há o estímulo à criatividade do aluno implicando na elaboração de estratégias de resolução, planejamento de ações, busca de soluções e avaliação da eficácia dos resultados obtidos.

Sob esta perspectiva, Borim (1998, pg. 8) afirma que a atividade de jogar desempenha um importante papel no desenvolvimento de habilidades de raciocínio, tais como a organização, concentração e atenção, além do desenvolvimento da linguagem, criatividade e raciocínio dedutivo, exigidos na escolha de uma jogada e na argumentação necessária durante a troca de informações.

Os jogos contribuem também, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p.48), para a formação de atitudes positivas diante do erro, pois jogando o aluno estará, ao mesmo tempo, enfrentando desafios, lançando-se à busca de soluções, desenvolvendo o seu senso crítico, sua intuição e criando estratégias que podem ser alteradas a qualquer momento. Deste modo, como as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, o erro passa a ser visto como uma medida de qualidade para a estratégia seguida, e desta forma, não deixa marcas negativas.

Neste mesmo sentido Moura (1999) afirma que a relevância do jogo está nas possibilidades de aproximar o aluno do conhecimento científico, levando-o a vivenciar situações de soluções de problema que o aproximem daquelas que o homem realmente enfrenta ou enfrentou.

Carrasco (1992, p.22), no trabalho no qual analisou jogos versus realidade, identificou pontos comuns entre o raciocínio utilizado nos jogos e o raciocínio útil na produção de matemática. Segundo ela proporcionar prazer e diversão, representar um desafio e provocar o pensamento reflexivo do aluno seriam razões suficientes para defender o jogo na educação, sem a pretensão de que a educação se reduza a um jogo.

Outro ponto importante neste tipo de metodologia é o fato de que ao jogarem os alunos estão desenvolvendo, além de seu raciocínio lógico, habilidades tais como a observação, concentração e generalização. Estas habilidades essenciais para o desenvolvimento do raciocínio indutivo, ou seja, o raciocínio que utilizamos para formular hipóteses gerais a partir da observação de alguns casos particulares.

No planejamento deste tipo de atividade é interessante que o professor reserve um espaço de tempo para uma discussão e avaliação do jogo, tentando com isso resgatar com os alunos as questões mais significativas que foram objeto de discussão durante o jogo. Deste modo, o professor terá uma melhor visão sobre os “erros” e “acertos” dos alunos, e com isso poderá buscar o aprimoramento do seu trabalho pedagógico.

É importante também observar que a aprendizagem não se encontra no jogo, assim como não se encontram em nenhum material didático ou metodologia de ensino, mas sim decorre das reflexões que o aluno elabora e dos significados que ele estabelece a partir do que já conhece. Deste modo, o sucesso de uma metodologia, ou do uso de um material, está na confiança e no conhecimento que o professor tem sobre o potencial dos mesmos e isso só ocorrerá, no caso dos jogos, se o professor se dispuser a jogar e conhecer o jogo no qual irá aplicar. Pois só desta maneira o professor irá conhecer as dificuldades que seus alunos irão encontrar durante o jogo, e com isto poderá orientá-los de uma forma mais abrangente.

Referências

- AZEVEDO, M. V. R. de. **Jogando e Construindo Matemática**. São Paulo: VAP, 2º edição, 1999.
- BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (1º e 2º ciclos do ensino fundamental). Brasília: SEF/MEC, 1997.
- BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: CAEM-USP, 3ª edição, 1998. Pg. 8.
- CARRASCO, L. H. **Jogo versus realidade: implicações em educação Matemática**. 1992. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade estadual Paulista, Rio Claro.
- MOURA, M. O. de. In: KISHIMOTO, Tizuko Morchida. **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação**. São Paulo: Editora: Cortez, 1999.
- PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte. Autêntica, 2001.